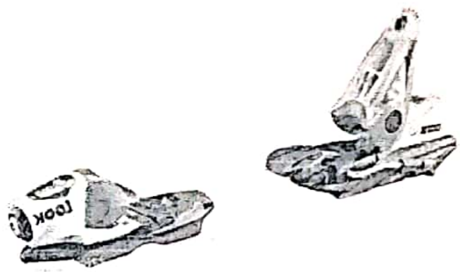
Cycle 8 – Étude de l'équilibre d'un système complexe grâce au Principe Fondamental de la Dynamique (PFD)

Butée avant de fixation de ski

À l'issue de ce TD, vous devez être capables de :

- *Déterminer le calcul complet des inconnues de liaison ;*
- *Proposer une méthode permettant la détermination d'une inconnue de liaison.*

La fixation de ski est un composant de sécurité, qui permet de créer fixer la chaussure et le ski tout en permettant de libérer la chaussure si les actions mécaniques exercées par le ski sur la jambe du skieur sont trop importantes. Un système de réglage permet d'adapter la « dureté » de la fixation au poids et au niveau technique du skieur.



Objectifs :

- *déterminer quelle est la valeur de la sollicitation exercée (en torsion uniquement) par la chaussure sur la jambe du skieur pour laquelle la fixation va déchausser ;*
- *vérifier que cette valeur est compatible avec les propriétés mécaniques des os humains.*

Le couple maximum de torsion que peut tolérer un os sans se fracturer vaut environ :

- 140 N.m pour un fémur ;
- 100 N.m pour un tibia ;
- 12 N.m pour un péroné.

Hypothèses :

- *tous les calculs seront effectués à l'instant du déclenchement, en négligeant les effets dynamiques et l'influence de la butée arrière. On considérera donc les différents solides à l'équilibre. Il faut alors garder à l'esprit que cette modélisation risque de sous-estimer les résultats obtenus en termes d'efforts exercés.*
- *les pièces de la fixation sont supposées de poids négligeable devant l'effort F.*

On fait l'hypothèse que l'axe de la jambe du skieur est orienté selon l'axe $(E, \overrightarrow{y_0})$ (cf. figure 1). L'effort de torsion exercé par la chaussure sur la jambe, que l'on cherche à déterminer, est défini comme étant la composante selon $\overrightarrow{y_0}$ du moment au point E de l'action mécanique de la chaussure sur le skieur :

$$M_T = \overrightarrow{M}(E, \text{chaussure} \rightarrow \text{skieur}) \cdot \overrightarrow{y_0}$$

On pose : $\overrightarrow{DE} = e\overrightarrow{x_1} - d\overrightarrow{y_0}$, avec $e = 280$ mm, distance moyenne entre le bout de la chaussure et l'axe de la jambe du skieur.

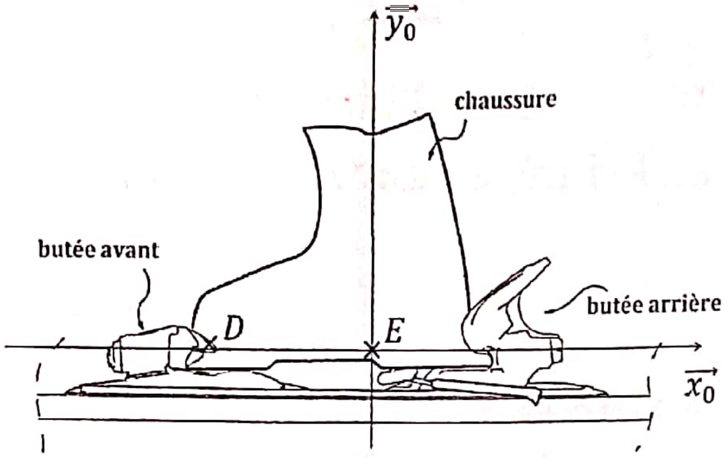


Figure 1 : chaussure de ski et fixation en position « ski »

La figure 2 représente une butée avant de fixation de sécurité pour le ski. Nous ne nous intéresserons ici qu'à cette partie de la fixation (celle qui est efficace dans le cas d'un déchaussage en torsion).

La chaussure du skieur exerce une action mécanique sur les fourches liées au corps (1). La rotation du corps (1) provoque le déplacement du piston (5) et la compression du ressort (3) grâce au méplat usiné sur le pivot.

- Il est nécessaire que le corps (1) pivote et libère la chaussure avant que le couple maximum en torsion tolérable par les os de la jambe du skieur ne soit atteint ;
- Il faut bien évidemment que la chaussure soit fermement maintenue tant que ce seuil n'est pas atteint ;
- Le réglage de la dureté de la fixation s'effectue en comprimant plus ou moins le ressort (3) par l'intermédiaire du bouchon (4) vissé dans le corps (1) et situé à l'avant de la butée.

Le pivot (2) est riveté sur une semelle (0) qui est vissée sur le ski. Soit un repère $R(O,\vec{x_0},\vec{y_0},\vec{z_0})$ lié à la semelle tel que $(O,\vec{y_0})$ coïncide avec l'axe du pivot (2) et $(O,\vec{x_0})$ soit dirigé suivant l'axe du ski.

Le corps (1) a une liaison pivot sans frottement d'axe $(O,\vec{y_0})$ avec le pivot (2). Soit $R(O,\vec{x_1},\vec{y_0},\vec{z_1})$ un repère lié au corps (1) tel que l'axe $(O,\vec{x_1})$ soit dirigé suivant l'axe du corps (1). On pose $\theta = (\vec{x_0},\vec{x_1})$.

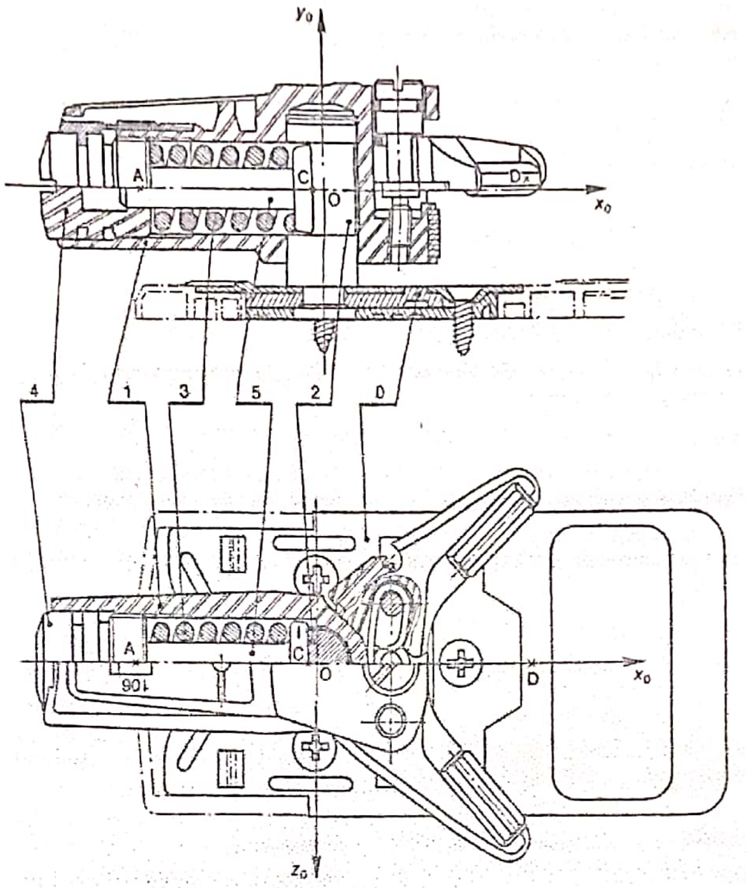


Figure 2 : dessin d'ensemble de la butée avant de fixation

On suppose que le piston (5) a une liaison linéaire annulaire sans frottement d'axe $(A, \overrightarrow{x_1})$ avec le corps (1) et une liaison linéique d'axe $(I, \overrightarrow{y_0})$ et de normale $\overrightarrow{x_1}$ ***avec frottement***, avec le pivot (2) lorsque $\theta \neq 0$. Cette liaison est supposée avoir un coefficient de frottement suffisamment élevé pour considérer que le piston (5) ne vient pas en contact avec le corps (1) en dehors du contact dans la liaison linéaire annulaire. La position du point I est définie par la figure 3.

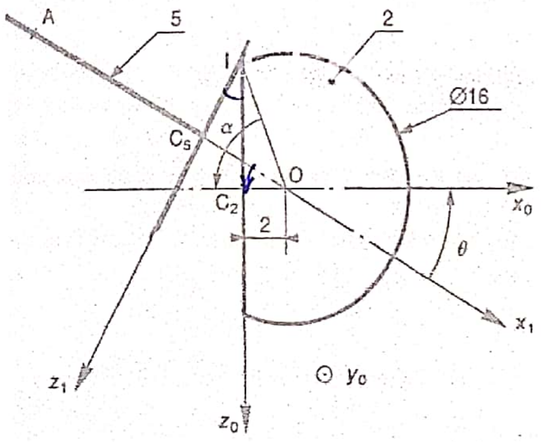


Figure 3 : schéma de principe de la butée avant de fixation

On pose :

$$\overrightarrow{C_2O} = a\overrightarrow{x_0} \qquad \overrightarrow{OA} = -b\overrightarrow{x_1} \qquad \overrightarrow{OD} = c\overrightarrow{x_1} + d\overrightarrow{y_0}$$

Avec :

- $a = d = 2$ mm ;
- $b = 44$ mm ;
- $c = 50$ mm ;
- diamètre du pivot (2), $D = 16$ mm.

Le ressort (3) a les caractéristiques suivantes :

- longueur libre : $l_0 = 40$ mm ;
- longueur montée $l_1 = 36$ mm, quand $\theta = 0$ (c'est cette valeur qui est modifiée lors du réglage de la fixation) ;
- raideur $K = 5$ daN/mm.

L'angle θ permettant la libération de la chaussure par rapport à la fixation est de 10°.

A l'instant du déclenchement de la fixation, l'action de la chaussure sur la fourche du corps (1) est représentée par le torseur :

$$\{\mathcal{T}(\text{chaussure} \rightarrow 1)\} = \begin{Bmatrix} X\overrightarrow{x_1} + Y\overrightarrow{y_0} + F\overrightarrow{z_1} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_D$$

Qu. 1 : déterminer l'expression du moment de torsion M_T en fonction des composantes de l'action mécanique $\{\mathcal{T}(\text{chaussure} \rightarrow 1)\}$ et des données géométriques du problème.

Qu. 2 : réaliser le graphe des liaisons du mécanisme de la butée avant, en prenant soin d'y indiquer les éventuelles actions mécaniques extérieures exercées sur ce système. Donner la forme des torseurs des actions mécaniques transmissibles dans les différentes liaisons.

Qu. 3 : déterminer la force exercée par le ressort (3) sur le piston (5) en fonction de l'angle θ, que l'on notera $\vec{F}(3 \rightarrow 5) = F_{35}\overrightarrow{x_1}$. Donner la forme du torseur des actions mécaniques associé.

Qu. 4 : déterminer le nombre total d'équations qui peuvent être écrites à partir de l'application du principe fondamental de la dynamique aux différents solides composant ce système. Déterminer le nombre d'inconnues du système ainsi formé.

Qu. 5 : écrire ces équations issues du principe fondamental de la statique appliqué au système de butée avant de fixation.

Qu. 6 : conclure sur la validité du réglage de la fixation.